Revista EIA, ISSN 1794-1237 / Año XIII / Volumen 13 / Edición N.25 / Enero-Junio 2016 / pp. 13-27
Publicación semestral de carácter técnico-científico / Universidad EIA, Envigado (Colombia)

ANÁLISIS DIMENSIONAL GENERALIZADO

Gabriel Poveda Ramos[1]

RESUMEN

El artículo comienza por definir los conceptos de medición, medida, magnitud, dimensión, ilustrándolos con ejemplos. Además se mencionan magnitudes así definidas que se pueden identificar en el mundo de las Ciencias Sociales, las Ciencias Naturales, las Ciencias Humanas, además de las magnitudes que usualmente se aceptan en las Ciencias Físicas. Se corrigen conceptos equivocados sobre las dimensiones de magnitudes físicas como Fuerza, Ángulo plano, Magnetismo y Entropía, y se presentan otros conceptos que suelen ser ignorados en los libros de Física y las muchas magnitudes que son simplemente ignoradas en Ciencias Sociales y en Ciencias Naturales.

Se pone de presente la naturaleza de Espacio Vectorial que tiene la clase de las magnitudes que aparecen en todas estas ciencias frente a la operación de composición interna entre magnitudes, y la de composición externa con la clase de los números racionales, y con un ejemplo tomado de la teoría de la Evaluación de Proyectos, se muestra la gran utilidad que aportan estos conceptos a la disciplina del Análisis Dimensional, como ocurre con el algoritmo de Lord Kelvin para la deducción de leyes cuantitativas para los fenómenos físicos,sociales, económicos y otros que son susceptibles de analizar con el Teorema Pi de Buckingham-Varschy y Ostrogradsky.

PALABRAS CLAVE: análisis dimensional; medida; magnitud; medición; dimensión; Ciencias Físicas; Ciencias Sociales; Ciencias Naturales; Teorema Pi.

GENERALIZED DIMENSIONAL ANALYSIS

ABSTRACT

This paper begins by defining such concepts as measurement, measure, magnitude, and dimension, giving examples to illustrate them. Magnitudes are also addressed and defined in such a way that they may be identified in the areas of the social, natural and human sciences, in addition to those magnitudes usually accepted in the physical sciences. Some mistaken concepts are corrected relating to the dimensions of physical quantities such as force, plane angle, magnetism and entropy. The paper also presents other concepts which are often ignored in physics textbooks, and the many magnitudes which are plainly ignored in teaching social and natural sciences.

The nature of vector space has the kind of magnitudes that appear in all the sciences mentioned with regard to the operation of internal composition between magnitudes and external composition with the class of rational numbers.

[1] Ingeniero Químico, Ingeniero Electricista, Matemático. Doctor en Ingeniería.

Autor de correspondencia: Poveda Ramos, G. (Gabriel). Correo electrónico: gapora@une.net.co

Historia del artículo:
Artículo recibido: 01-XI-2015 / Aprobado: 11-VII-2016
Disponible online: 30 de octubre de 2016
Discusión abierta hasta octubre de 2017

DOI: http:/dx.doi.org/10.14508/reia.2016.13.25.13-27

With an example taken from the theory of project evaluation, it shows the great utility these concepts bring to the discipline of dimensional analysis, as with Lord Kelvin's algorithm for the deduction of quantitative laws for physical, social, economic and other phenomena that can be analyzed with the pi theorem of Buckingham, Vaschy and Ostrogradsky.

KEYWORDS: Dimensional analysis; Measure; Measurement; Magnitude; Dimension; Physical Sciences; Social Sciences; Natural Sciences; Pi Theorem.

ANALISE DIMENSIONAL GENERALIZADO

RESUMO

O artigo começa por definir os conceitos de medição, medida, magnitude, dimensão, ilustrando-os com exemplos. Também se mencionam magnitudes assim definidas que podem ser identificadas no mundo das Ciências Sociais, Ciências Naturais, as Ciências Humanas, além das magnitudes que normalmente se aceitam nas Ciências Físicas. Se corrigem conceitos equívocos sobre as dimensões de magnitudes físicas como Força, ângulo plano, Magnetismo e entropia, e se apresentam outros conceitos que geralmente são ignorados nos livros de física e as muitas magnitudes que são simplesmente ignoradas em Ciências Sociais e Ciências Naturais.

Ergue-se de presente a natureza de espaço vectorial que tem o tipo das magnitudes que aparecem em todas essas ciências frente à operação de composição interna entre magnitudes e a composição externa com a classe dos números racionais, e com um exemplo da teoria da avaliação do projetos, se apresenta a grande utilidade mostrado que aportam conceitos à disciplina de Análise Dimensional, como ocorre com o algoritmo de Lord Kelvin para a derivação de leis quantitativas para os fenômenos físicos, sociais, econômicos e outros que são susceptível de analisar com o Teorema Pide Buckingham-Varschy e Ostrogradsky.

PALAVRAS-CHAVE: Analises dimensional; Medida; Medição; Magnitude; Dimensão; Ciências físicas; Ciências Sociais; Ciências Naturais; Pi Teorema.

1. INTRODUCCIÓN

Este es un capítulo fundamental de lo que algún día se llamará la Metaciencia o Ciencia de las Ciencias. Su propósito es mostrar la unificación de los conocimientos cuantificables de la Humanidad (algunos de ellos muy desarrollados ya, mientras que otros están en sus infancia) que es posible hacer recurriendo a los análisis y a los algoritmos del Análisis Dimensional.

Este es un capítulo fundamental de la Teoría del Conocimiento que hasta hoy permanecería ignorada y para el cual este documento trata de construir una terminología rigurosa con palabras que son de uso muy corriente en el lenguaje ordinario, tales como "Magnitud", "Dimensiones" y "Producto" que son indispensables de definir y de usar en este contexto.

Para construir con rigor el Análisis Dimensional en que se apoya este nuevo capítulo del Álgebra Abstracta que trata sobre los Espacios Vectoriales, lo cual permite establecer numerosas propiedades de la disciplina de la Teoría del Conocimiento como lo ha demostrado el autor de esta nota desde hace varios años de trabajos.

Hay que reconocer que hoy en día algunas ciencias (como la Hidrodinámica, la Óptica, la Meteorología, etc., etc.) se prestan más que otras (como la Edafología, la Teoría del Color y otras) a la formulación de problemas y de teoremas cuantitativos mediante el Análisis Dimensional. Pero es previsible que con el avance general del conocimiento humano, estas disparidades se irán ecualizando, a medida que se vaya disponiendo de nuevos instrumentos de medida, de nuevos conocimientos de la realidad y de nuevas teorías sobre el mundo que nos rodea.

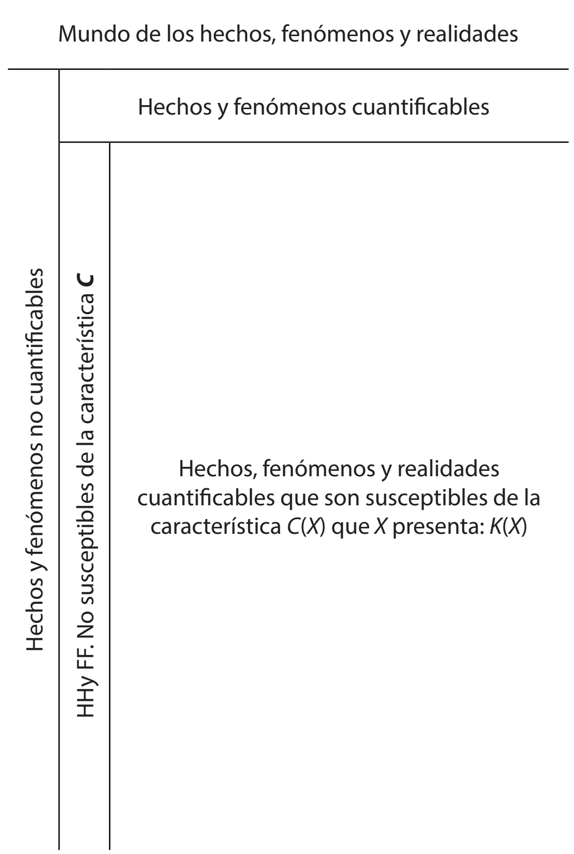
2. ANÁLISIS DIMENSIONAL GENERALIZADO

Propiedades y características medibles

Los seres humanos —como personas y como sociedad— encuentran en su trato con la Naturaleza y con su misma sociedad, multitud de objetos, de hechos y de fenómenos que se presentan repetidamente a su experiencia y que le presentan alguna propiedad o característica que es análoga, cualitativamente, de un caso a otro. A tales objetos y hechos los llamaremos “entes”, y pueden ser de naturaleza física, natural, social o humana.

Cada hecho, objeto o fenómeno presenta características —una o varias— que pueden ser de tipo cualitativo (como la belleza de una escultura), o que pueden ser sometidas, cada una, a un procedimiento de gradación o escalamiento (como el peso de los cuerpos sólidos, la conductividad de los metales, la estatura de las personas, la intensidad de la corrientes eléctricas, la población de los países, etc.). A cada característica de este último tipo se le llamará “cuantificable” y se le designará con el símbolo C, y a un objeto o fenómeno que sea susceptible de poseerla se le designará con X, de manera que el símbolo $C(X)$ designa a “la característica cuantificable C que le corresponde al hecho u objeto X”. Y la clase de los objetos que posean la misma característica $C(X)$ que tiene X, sea en mayor grado, en menor grado o en igual grado, que X, se llamará K. Esta última es, pues, la clase de todos los hechos, los fenómenos o los procesos que presentan la característica cuantificable C que tiene el objeto X.

TABLA 1. PROPIEDADES Y CARACTERÍSTICAS MEDIBLES



Dada así una clase $K(X)$ de hechos X que poseen o presentan una propiedad o característica cuantificable C, es posible someter cada pareja de elementos de dicha clase (a las que denominamos X_1 y X_2) a comparaciones empíricas para llegar a establecer una sola de las tres posibilidades: a) o bien $C(X_1) > C(X_2)$; b) o bien $C(X_2) > C(X_1)$; c) o bien $C(X_1) = C(X_2)$, para todo par de elementos X_1 y X_2.

Para realizar las comparaciones mencionadas es necesario y suficiente disponer de:

1. Los dos individuos A y B que se comparan respecto a su característica común C (sus pesos, sus longitudes, sus números, sus áreas).

ISSN 1794-1237 / Volumen 13 / Número 25 / Enero-Junio 2016 / pp. 13-27

2. Aparatos y métodos para comparar empíricamente a $C(A)$ con $C(B)$, tales como balanzas, lienzas, contómetros, normas técnicas, instrumentos ópticos, etc., etc. Entre tales recursos suele ser necesario contar con uno o varios prototipos de la unidad en que se quiera expresar la característica que se compara entre A y B.

3. En particular, un criterio o condición para determinar cuando dos individuos A_1 y A_2 tienen características iguales: $C(A_1) = C(A_2)$, o cuando $C(A_1)$ es $C(A_1) > C(A_2)$ o viceversa.

En el mundo físico son muchas las características o propiedades que son susceptibles de estas operaciones metodológicas, en muy diversas clases de objetos o de hechos. Por ejemplo: el peso de trozos de materia, el volumen de los cuerpos sólidos, la temperatura de los líquidos, la carga eléctrica de cuerpos electrizados, la entropía de las masas de vapor, la intensidad lumínica de focos de luz, la concentración de soluciones, etc., etc. Los textos tradicionales de Física limitaban, equivocadamente, estas propiedades fundamentales del mundo físico a características como Longitud, Masa, Duración, Carga eléctrica y (a lo sumo) Temperatura. Equivocadamente decían que las amplitudes angulares no tenían dimensiones; que la entropía era como el inverso de la temperatura absoluta; y otros errores análogos.

Las características o propiedades del mundo físico que son susceptibles de comparar entre lo que les corresponden a cada dos distintos objetos o fenómenos que la tienen (como se describió más arriba) se dicen medibles. Al conjunto de operaciones metodológicas numeradas más arriba con los dígitos 1,2 y 3, se le llama una medición de la propiedad medible C; y al resultado de cada medición de C se le llama una medida (específica) de C. Por ejemplo: 2 cm es una medida (específica) de distancia;100°K es una medida (específica) de temperatura; 525 Btu es una medida de cantidad de calor; etc.

La tricotomía mencionada arriba da lugar a construir una correspondencia biunívoca entre la clase de elementos $\{C(X)\}$ y la clase $\mathbb{R}_+$ de los números reales positivos. Construir una correspondencia como la mencionada se denomina medir la característica C en el elemento X de $K(X)$.

Este procedimiento consiste en los siguientes pasos:

1. Elegir un elemento u de la clase $K(X)$ que sea claramente definible y universalmente aceptable como patrón unitario para todos los elementos de $K(N)$. Es el caso del metro para medir longitudes en el sistema métrico decimal; y es el caso del amperio-hora para medir cantidades de electricidad en el sistema Giorgi; y es el caso del dólar para medir cantidades de dinero en la economía mundial.

2. Diseñar y protocolizar un procedimiento empírico para comparar a $C(X)$ con $C(u)$ hasta llegar a determinar la razón p/q que sea igual a $C(X)$: $C(u)$.

3. Concluir que $C(X) = (p/q) * C(u)$ en donde el signo "*" significa "p/q veces mayor" que la unidad-patrón $C(u)$. Esta es la medida de $C(X)$ en unidades de u.

Una disciplina cuantificable bien determinada (P.e.: la Demografía, la Microeconomía, la Geodesia, etc.) necesita tener y usar un sistema de unidades que, por razones pragmáticas, debe ser de uso universal. Estas unidades deben ser las que se refieren a las magnitudes fundamentales de cada disciplina de que se trate. Así: en el caso de la Microeconomía, cuyas magnitudes fundamentales son la Población, el Dinero y el Tiempo civil, es necesario definir y usar unidades como las "Mil personas", el "Dólar" y el "Año"; en Termodinámica, cuyas magnitudes fundamentales son la Temperatura, el Trabajo mecánico y la Cantidad de calor, es necesario definir con precisión y usar el "Grado Kelvin", el "Ergio" y la "Caloría". Y en Finanzas es preciso definir con rigor qué es el "Dólar", qué es el "Año" y qué es el "1% mes vencido".

Toda medida de una propiedad medible cualquiera (como la masa, la longitud, la entropía, etc.) está formada por un número real (que generalmente es un número racional o quebrado, como p/q) que multiplica operativamente a una unidad de medida. Así por ejemplo: 5.2 * calorías, 22 * sterradianes; 150.3 kilómetros; 3250 * horas-hombre; etc.

Magnitudes medibles

La clase de todas las medidas posibles, sean reales o hipotéticas, de una misma característica, en todos los hechos o en los objetos susceptibles de poseerla (p.e.: todas las medidas de duración, reales y posibles) es lo que se llama una magnitud. Ejemplo: la clase de todos los datos de la población de Colombia en todas sus ciudades y en todas sus épocas es, por definición, lo que se llama "la magnitud de la Población urbana Colombiana". La clase de las distancias entre todos los pares de puntos pertenecientes a un espacio euclidiano se llama la magnitud Distancia euclidiana (a secas). Y la clase de todas las cantidades de monedas de curso internacional, es la magnitud Moneda.

Los científicos naturalistas han sabido ignorar hasta hoy el hecho de que en el mundo de la Naturaleza hay magnitudes medibles, y que el Álgebra de Magnitudes permite aprovecharlas para deducir propiedades y relaciones cuantitativas entre ellas, así como lo han hecho tradicionalmente los Físicos en sus temas. En efecto: en el caso de las Ciencias Naturales hay lugar a definir, entre otras, las siguientes magnitudes que tienen un papel importante en tales ciencias: la Biomasa, el Carbono fijo por hectárea, la DBO (Demanda biológica de oxígeno), la Población animal, la Radiación solar por hectárea, el Nitrógeno fijo, la Precipitación por hectárea-año, etc.

Y los científicos sociales han ignorado tradicionalmente el hecho de que en el mundo de las comunidades humanas se pueden identificar magnitudes medibles que permitirían construir numerosos recursos cuantitativos que hoy no son usuales en estas ciencias. Algunas de esas magnitudes medibles son: la Población humana, el Capital fijo, el Tiempo Civil, los mercados de bienes físicos (desagregable por bienes), la Tierra Agrícola, el Trabajo humano, la Moneda, la Ofelimidad y otras magnitudes que permiten establecer relaciones cuantitativas de tipo económico o de tipo social.

Tanto en Física como en Ciencias Naturales y en Ciencias Humanas aparecen magnitudes que por ser muy sencillas de definir y de medir, y por intervenir en la definición de muchas otras magnitudes más complejas, se pueden llamar Magnitudes unitarias (o primarias). Este es el caso de la Masa inercial, la Carga eléctrica, la Temperatura y la Entropía, en Física. Y es el caso de la Población humana, la Moneda y el Tiempo civil en las Ciencias Sociales. Y es el caso de la Biomasa, la Pluviosidad y la DBO en Ciencias Naturales. En la **Tabla 2** se anotan las magnitudes que el autor (G.P.R.) conoce por sus estudios de estas disciplinas, como Magnitudes unitarias de las Ciencias Físicas, de las Ciencias Naturales, de las Ciencias Humanas y de las Ciencias Sociales.

El conjunto de las magnitudes unitarias que intervienen en un problema (o fenómeno o disciplina) se llama colectivamente "las dimensiones del problema (o fenómeno, o disciplina)". Así por ejemplo, en el estudio de las longitudes de los segmentos de rectas en un plano y de las figuras que forman dichos segmentos, intervienen dos magnitudes unitarias: 1) los segmentos de recta en el plano; 2) los ángulos planos entre esas rectas. A esta se le llamará una disciplina de dos magnitudes. Pero si también entran en juego las fuerzas que actúan en ese plano, esta nueva disciplina se dirá que abarca tres magnitudes unitarias: dos que son los segmentos de rectas y los ángulos (que forman la planimetría) y una que es la que de las fuerzas (que es la dinamometría).

Las Magnitudes Unitarias

Los libros de texto de Física tradicionales reconocían como magnitudes unitarias o fundamentales la Longitud, la Masa, la Duración, la Carga eléctrica y (algunos pocos) la Temperatura (con salvedades). Ninguno reconocía a los Números Naturales, ni el Ángulo Plano, ni el Ángulo sólido, ni la Cantidad de Calor, ni muchas otras magnitudes que son fundamentales para el estudio y para el conocimiento de los hechos, fenómenos y realidades cuantificables del mundo que percibimos.

Mucho menos aun, los textos de Biología se ocupan todavía en reconocer como magnitudes fundamentales a la Demografía (de la población humana), ni a la Luminosidad (de las ciencias de la luz), ni a la Población (tan fundamental en Ciencias Sociales), ni a la Laboriología (del trabajo humano), tan fundamental en Ciencias Sociales y en Economía) ni a muchas otras.

El autor de estas notas ha identificado 23 disciplinas identificables como ciencias unitarias basadas en magnitudes fundamentales cuantificables, que se definen en el cuadro a continuación.

TABLA 2. MAGNITUDES FUNDAMENTALES EN CIENCIAS FÍSICAS, NATURALES, SOCIALES Y HUMANAS

MAGNITUDES FUNDAMENTALES	SÍMBOLO	NOMBRE	PERCEPCIÓN HUMANA	EQUIPOS Y MÉTODOS DE MEDICIÓN	UNIDADES USUALES DE MEDIDA	CIENCIA PROPIA	OBSERVACIONES
Cardinalidad	N	Nuja	Conteo de objetos	Contómetros Enumeración	Unidades, decenas, miles, millones, etc.	Estadística descriptiva	Identidicada por el autor (GPR)
Longitud	L	Distancia	Topometría Micrometría	Lienzos-Regla graduada Nanio-Báscula	Metros, kilómetros, micros, etc.	Longimetría	También: Longimétrica
Masa ponderal	M	Ponderalidad	Pesaje de objetos	Balanza. Báscula	Kilogramos, toneladas, libras, gramos, otras	Newtónica	No confundirla con la masa gravitacional
Fuerza y peso	F	Tara	Dinamométrica	Dinamómetro piezómetro	Dynas, puondels, otras	Dinamometría	La fuerza no siempre es proporcional a ninguna masa
Ángulo plano	A	Amplitud angular	Goniometría	Transportador Goniómetro	Grados, radianes, milésima	Goniometría	La definición de arco/radio no es apropiada
Ángulo sólido	Ω	Apertura sólida	Proyectometría	Estereo-goniómetro	Entrerradian, gradocuadrado	Esteriogono-metría	La definición de área/radio cuadrado no es apropiada
Duración cronométrica	T	Tiempo newtoniano	Cronometría	Relojes cronómetros	Hora y sus divisiones	Cronometría	Se trata de tiempos de reloj
Temperatura	θ	Termometría	Termo-estesia y Termométrica	Termómetro-Pirómetros	Grado kelvin, grado rankin	Termometría	Temperatura absoluta
Cantidad de calor	Q	Termodinámica	Calefacción y enfriamiento	Calorímetros	Caloría pequeña, Btu, caloría grande	Termología	La cantidad de calor no se puede asimilar con trabajo
Entropía	S	Desorganización	Percepción y conteo	Multicontadores	Hartley	Entropirología	Puede llamarse desordenación
Carga eléctrica	E	Electrocarga	Fenómenos eléctricos	Electrómetros	Coulmos, electrón	Electroginosia	
Magneticidad	H	Imanación	Fenómenos magnéticos	Magnetómetro	Gilbert	Magnetismo	Pueden haber magnetismos sin campos eléctricos

Luminosidad	Φ	Luminancia	Fenómenos lumínicos	Fotómetro	Bujía	Fotomática	Magnitud fundamental poco o nada reconocida
Quimicantidad	χ	Quimiquiónica	Celdas electroquicas	Celda electroquímica	Faraday	Estequiometría	Distinta de la masa
Población humana	Δ	Demografía	Conteos de población	Censos y registros	Kilo-personas, mega-personas	Demodinámica	Magnitud fundamental en ciencias sociales
Dinero	$	Numerario	Manejo de moneda	Conteo manual	Dólares, euros	Monetárica	Magnitud fundamental en economía
Tiempo social	Σ	Cronología	Registro de tiempo	Calendarios	Día, mes, año	Socio-cronología	Se mide por calendarios
Capital económico	K	Finanzas	Manejo financiero	Contabilidad financiera	Mega-dólares	Crematística	Magnitud fundamental en economía
Tierra productiva	G	Agrometría	Manejo de tierra agrícola	Taquímetro	Hectáreas, km^2	Agromática	Magnitud fundamental en economía
Trabajo humano	w	Labor humana	Relaciones laborales	Registradores de tiempos	Hora-libre, hora- mes, etc.	Laborésmica	Magnitud fundamental en economía
Biomasa	B	Ecobiología	Relación hombre-medio	Balances ecológicos	Ton CO_2/ Km^2-Día	Ecología	Fundamental en ecología
Energonomía	Ξ	Socio-energética	Efectos socio-económicos de la energía	Balances de energía	Quad	Socio-económica	Energía a escala social
Helio-radicación	Λ	Heliometría	Insolación ambiental	Piro-heliógrafos	Foto-voltios/ día	Helifotometría	Fuente fundamental de luz y de energía

Notas a los cuadros anteriores

1. Cada magnitud derivada de las anteriores (sea física, social, humana, etc.) que se designe por ∇ (nabla fenicia) tiene la dimensión

$$\nabla = N^{\upsilon} L^{l} M^{\mu} \ldots \Lambda^{\lambda} \quad \text{(23 factores)}$$

En donde los exponentes son números racionales, no todos nulos.

2. La clase de las magnitudes que permiten describir el mundo del Hombre en términos cuantitativos, y que son: unas primarias o fundamentales y otras secundarias o derivadas, constituyen un espacio vectorial V sobre le cuerpo Q de los números reales y cuya dimensión es 2^{23}. Su base "natural" es la colección de ciencias primarias (o unimagnitudinales) que se presentan en el cuadro anterior.

3. Un conjunto de magnitudes, sean fundamentales o derivadas, X_1, X_2,…,X_h genera una Disciplina D si y solo si:

a. Cada magnitud cuantificable que se construya en D, por experimentación o por razonamiento teórico, se puede expresar dimensionalmente como $[M]= \prod_{i=1}^{h} X_i^{ai}$, donde las X_i son magnitudes fundamentales y las α_i son i=1 números racionales no nulos;

b. Cada magnitud X_i es potencialmente independiente de las demás, es decir que $X_1^{d_1}\ X_2^{d_2} \ldots\ X_{h-1}^{a_{h-1}}\ X_h^{d_h} = 1$ si y solo si los exponentes son todos nulos.

4. "Contar" es una operación primaria del hombre adulto. Esto lo expresó magistralmente el Matemático Alemán Leopold Krönecker en su famoso dicho: "*Die ganzen Zahlen der Liebter Gott gemacht. Alles anders ist Menschenwerk*".

5. Sea P un área o una parte propia del conocimiento humano que está fundada en hechos, fenómenos y procesos que son medibles y que es social y metodológicamente reconocida como una ciencia G, y que se refiere a los objetos $X_1,\ldots,X_h$ que generan una misma magnitud M.

Si en la ciencia o disciplina G está incluida una magnitud M_o expresada como

$$[M_o] = [M_1]^{r_1}\ [M_2]^{r_2}\ \ldots\ [M_m]^{r_m}$$

donde los exponentes r_n son números naturales no nulos, se dice que la colección de potencias $UM_n^{r_n}$ forman las dimensiones de M_o respecto a la base $\{M_1, M_2, \ldots, M_m\}$.

6. Una magnitud (o una variable) C es cero-dimensional en una ciencia o disciplina G si y solo si $[C] = M_1^0\ \ M_2^0\ \ M_m^0$, en donde las M_i son magnitudes fundamentales de la ciencia G, mutuamente independientes.

7. Cada disciplina o ciencia cuantificable D constituye un espacio vectorial $(X_i,*, \Lambda)$ porque entre todos sus elementos existe un producto conmutativo ($X_i * X_j \in D$), y una ley de composición externa con los números racionales Q (la elevación a potencia racional: $X^r \in D$; $r \in Q$ que satisfacen las conocidas propiedades algebraicas de un espacio vectorial. Como espacio vectorial, D tiene una base $(Y_1,Y_2,\ldots, Y_m)$ y su elemento neutro es $Y_1^0\ \ Y_2^0 \ldots Y_m^0$. Esta última es la base de una ciencia sin contenido, que puede llamarse la Agnosis.

8. Cada magnitud de la realidad física, natural, social y humana, una vez medida, se puede expresar como

$$n \cdot M_1^{r_1}\quad M_2^{r_2} \ldots M_m^{r_m}$$

es decir, como el producto externo de un número racional n con el producto algebraico de potencias racionales de m magnitudes fundamentales $M_1 \ldots M_m$. El caso de las potencias $r_1 = 0 = r_2 = 0 = \cdots = 0 = r_m$ es el que se refiere a la ciencia de los números racionales (positivos y negativos). Es decir, este caso es el de la disciplina que se llama la Aritmética.

Las magnitudes unitarias o fundamentales

Dentro de los limitadísimos conocimientos de este autor (G.P.R.), adquiridos en varios decenios de estudio, este puede identificar las siguientes magnitudes unitarias que las Ciencias de hoy conocen:

1. La cardinalidad: el estudio de los números naturales como medida de multiplicidad o de escasez. La ciencia a que da lugar es la Estadística descriptiva.

2. La longitud: el estudio de la distancias en línea recta, llamada Longitometría.

3. La masa ponderal (como cantidad de materia a la manera de Lavoisier) que se llamaría La Newtónica.

4. La fuerza, que es una magnitud autónoma, que no siempre produce aceleraciones, y cuya ciencia unitaria se debería llamar Dinamonomía.

5. La amplitud angular plana, cuyo estudio propio se llamaría Goniometría.

6. El ángulo sólido agudo, que es poco estudiado en Física y cuya ciencia unitaria (cuando esté bien desarrollada) se llamaría la Esterogoniometría.

7. La duración cronométrica (o Tiempo de la Física), que se mide con cronómetros y relojes, el que estudiaron Newton y los grandes Físicos, y cuya ciencia unitaria se llamará Cronometría. Norbert Wiener lo llama Tiempo newtoniano.

8. La temperatura que muchos Físicos y libros de Física ignoran —equivocadamente— como magnitud (que sí lo es) y cuya disciplina se debe llamar Termometría.

9. La cantidad de calor, que muchos libros de Física identifican erróneamente con trabajo mecánico, lo que no es válido, ya que no toda cantidad de calor puede convertirse en trabajo mecánico, ni todo trabajo mecánico es convertible en calor. La ciencia unitaria de aquella se debería llamar Termología.

10. La entropía es una mediad de la desorganización de un sistema formado por grandes cantidades de elementos discretos. La ecuación $\delta S = \delta Q/T$ solo es válida en un proceso reversible (cuya duración real es infinita) y que solo se referiría a la energía no recuperable en un proceso. Su ciencia fundamental se llama la Dis-organización.

11. La carga eléctrica, identificada por Giovanni Giorgi y cuya unidad es el coulombio. Su ciencia propia es la que debe llamarse Electrognosia.

12. La magneticidad, propiedad independiente de la carga eléctrica como lo demuestra la existencia de imanes permanentes y la magnetización por contacto o fricción de un imán a un trozo de acero neutro.

13. La luminosidad, que es propiedad independiente, propia de toda fuente de luz visible. Su Ciencia es la Fotomática.

14. La quimicantidad, unidad de medida de la cantidad de sustancia químicamente reactiva. Su ciencia unitaria es la Estequiometría.

15. La población humana, magnitud fundamental de las ciencias sociales y cuya ciencia unitaria se llama Demodinámica.

16. El numerario o dinero corriente, magnitud fundamental de las ciencias económicas. Su ciencia unitaria es la Monetárica.

17. El tiempo social (que es independiente y no expresable en tiempo newtoniano) que es magnitud fundamental en ciencias sociales, ciencias económicas y ciencias humanas. Se debe llamar Sociocronología.

18. El Capital (económico) que no es confundible con la magnitud “dinero” su ciencia unitaria es la Crematística.

19. El trabajo humano, que es magnitud fundamental en ciencias sociales. Se mide en unidades de tiempo civil multiplicado por número de personas. Su ciencia propia se la Laboreconomía.

20. La Energonomía (productiva), magnitud fundamental en Economía, cuya unidad es el Quad (quadrillion $Btu = 10^{12} Btu$). Su ciencia fundamental es la Economía de la Energía o Energoeconomía.

21. La Biomasa. Ciencia fundamental en la Ecología. Se mide en unidades de DBO diurna.

22. La tierra productiva. Se mide en hectáreas de tierra en un territorio de productividad reconocida y medida, como el Valle del Cauca en Colombia. La ciencia unitaria que le corresponde es la Agromática.

23. La insolación o helio-radiación, que se mide en radiación solar por cada 24 horas en el trópico. Su ciencia fundamental es la Heliofotometría.

La **Tabla 2**, que aparece en páginas anteriores, presenta estas 23 disciplinas unitarias, en las que se basan las Ciencias Físicas, las Ciencias Naturales, las Ciencias Sociales y las Ciencias Humanas, y que son cuantificables.

Conjetura: Los desarrollos de la Biología, de la Física molecular, de las Ciencias de la Tierra y de otras áreas, producirán nuevas Ciencias y nuevas Tecnologías. Habrá 2^n disciplinas cuantificables, siendo $n > 23$. Ejemplo: La bio-electricidad (como en la acupuntura), la psico-biología (como en la hipnosis), el tiempo bergsoniano (o vital, de Norbert Wiener), el trabajo humano y otros saberes que hoy apenas están en ciernes, serán racionalizables, cuantificables y manejables de manera humana, gnoseológicamente correcta y útil.

El estado actual (en 2015-2016 d.C.) del conocimiento científico permite plantear que las 23 disciplinas referidas en el cuadro anterior son:

a. Las que —cada una— se puede construir a partir de una única magnitud fundamental de la realidad (física, humana, social, natural) bien definida, y que es independiente de las demás, como son, por ejemplo, la fuerza física, el capital financiero, la entropía, etc. Por eso se llaman disciplinas unitarias. El progreso del conocimiento científico permite esperar que su número en el futuro sea n, mayor que los 23 de hoy.

b. Las mismas cuyo conocimiento completo agota el saber científico humano actual que es medible y cuantificable, hoy en 2015-2016.

Dimensiones fundamentales de una disciplina

Hay disciplinas cuyas operaciones de medición dan resultados que constituyen valores pertenecientes a una sola magnitud. Por ejemplo: pesar bultos de un cargamento da lugar solamente a valores específicos de la magnitud peso ponderal; expedir cheques para pagar compras da lugar a la magnitud económica llamada dinero corriente; medir áreas de terrenos en un territorio da lugar a resultados de la magnitud área catastral. Cada una de estas disciplinas trabaja con una sola magnitud y por eso se les llama magnitudes unimagnitudinales. Ejemplos: La Goniometría, la Estadística, la Ergonomía, la Electrognosia, la Ofelimidad, etc.

Pero hacer la cartografía de un territorio exige medir y estudiar longitudes (distancias) y ángulos, por lo cual esta disciplina se puede ubicar (con muchas otras) entre las disciplinas bimagnitudinales.

El estudio de las máquinas industriales de vapor exige ocuparse de las magnitudes peso ponderal (del vapor y del combustible), cantidad de calor, energía (por la máquina), duración (tiempo que la máquina trabaja), dinero (costo del combustible) y trabajo humano (para atender la máquina). Esta disciplina se llamaría Termo-mecánica e implica el estudio de las seis magnitudes mencionadas, por lo cual se le incluye entre las disciplinas hexa-magnitudinales.

Magnitudes metrizables

El mundo de los seres humanos está constituido por muchas magnitudes, de distinta naturaleza, y que son medibles o contables. Muchas de ellas están en la Naturaleza del Mundo físico en que viven los hombres. Pero otras varias pertenecen a la realidad de las sociedades humanas, como son las disciplinas de la Sociología, la Economía, la Demografía y otras ciencias sociales.

Las magnitudes o disciplinas derivadas

Reuniendo dos disciplinas unitarias se construye una disciplina binaria. Por ejemplo: reuniendo en una sola las disciplinas del trabajo humano y la tierra agrícola se construye la disciplina que puede llamarse Laboragronomía; y reuniendo la disciplina de la Demografía con la de la Energeconomía (lo que falta por hacer) se construiría la disciplina que se llamaría Energética Social. Cuando existan n disciplinas unitarias se podrían construir $\binom{n}{2} = n!/\ [2!\ (n - 2)!]$ disciplinas unitarias como las mencionadas.

Y se podrían construir $\binom{n}{3}$ disciplinas ternarias, y $\binom{n}{4}$ disciplinas cuaternarias, etc. En total, el número de disciplinas no vacías que podrán construirse es:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\cdots+\binom{n}{n-1}+\binom{n}{n}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$$

en donde $\binom{n}{1} = n$ son las n disciplinas unitarias, etc., hasta la $\binom{n}{n} = 1$ (única) disciplina, que será la Ciencia Universal. Habría (en teoría), $\binom{n}{0} = 1$ (una) disciplina vacía, que (en teoría) sería la que no se construye con ninguna magnitud del mundo de la realidad. Se llamaría “el saber sin dimensiones”.

En consecuencia el número de disciplinas no-vacías que podrían construir todo el conocimiento humano, serían

$$\sum_{k=0}^{k=n}\binom{n}{k}=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k1^{n-k} = 2^n$$

En el día de hoy (2016), con las 23 disciplinas unitarias enumeradas más arriba, es posible construir

$$\sum_{k=0}^{23}\binom{n}{k} = 2^{23} = 8'388.608$$

disciplinas de todas las dimensiones, desde la Aritmética (como disciplina nuli- dimensional) hasta la Ciencia Universal (de dimensión 23).

La enorme mayoría de estas ciencias posibles no se han comenzado a formalizar. En todo caso, el conjunto de las 2^n disciplinas posibles constituyen, reunidas, el ámbito posible de los conocimientos cuantificables del Hombre.

Teorema Pi de Buckingham (1914)-Vaschy (1890)-Riabouchinsky (1911)

Este teorema afirma que en las ciencias físicas, biológicas y socio-económicas —que sean cuantificables— la relación funcional que ligue a cada magnitud X_i con otras magnitudes ($X_i = f\ (X_1, X_2, \dots, X_n)$, tiene necesariamente la forma $\emptyset\ (C_1, C_2, \dots, C_p) = 0$, donde las C_k son monomios cero-dimensionales de la forma $C_k = AX_{1k}^{\alpha ik} \dots X_{nk}^{\alpha nk}$ cuya dimensión en una base de la disciplina es

$$[C_k] = M_1^0 \dots M_n^0$$

en donde $M_1, \dots, M_n$ son magnitudes fundamentales de la disciplina o la ciencia en cuestión.

Por lo tanto, según el Teorema de la Función Implícita, cualquiera de las C_i puede expresarse explícitamente como

$$C_i = \psi(C_1, C_2, \dots, C_n)$$

Pero C_1, por ejemplo, tiene la forma

$$C_1 = \alpha_1 X_1^{u_1} \dots X_n^{u_n} = \psi*(C_2, C_3, \dots, C_n)$$

de donde:

$$X_1 = k_1\,(X_2^{u_2} \cdot X_3^{u_3} \dots . X_n^{u_n})^{-1/u_1} \cdot \psi * (C_2, \dots, C_n)$$

donde $k_1 \epsilon \mathbb{R}$, $u_i \epsilon Q$.

Este Teorema se aplica para deducir leyes cuantitativas en las ciencias mencionadas, usando el siguiente algoritmo debido a Lord Rayleigh, el cual se ilustra con el siguiente problema.

Problema. Un fenómeno F (o proceso, estructura o sistema) se ha estudiado científica y exhaustivamente mediante experimentos, observación, razonamiento y sentido común, y está enmarcado dentro de la disciplina D (Hidromecánica, Economía, Sociometría, etc.). Las magnitudes fundamentales de la disciplina D son $M_1, M_2, \dots M_m$.

1. Los estudios empíricos y críticos previos han mostrado que en F inciden n variables $x_1, x_2, \dots, x_n$ (y no otras), y se busca la relación funcional que las liga:

$$\emptyset(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

2. Las magnitudes fundamentales de la ciencia en cuestión son $M_1, M_2, \dots, M_m$

3. Las dimensiones de las variables x_i en dicha base son:

$$[x_1] = M_1^{c11}\ M_2^{c12}\ M_3^{c13}\ \dots M_m^{c1m}$$
$$[x_2] = M_1^{c21}\ M_2^{c22}\ M_3^{c23}\ \dots M_m^{c2m}$$
$$[x_n] = M_1^{cn1}\ M_2^{cn2}\ M_3^{cn3}\ \dots M_m^{cnm}$$

4. Según el Teorema Pi de Buckingham-Vaschy-Riabouchinski, la ley cuantitativa que liga a las variables $x_1, x_2, \dots, x_n$ las presenta como factores de monomios Cd que son cero-dimensionales del tipo

$$Cd = x_1^{P1}\ x_2^{P2} \dots x_n^{Pn}$$

y tales que

$$[Cd] = M_1^0\ M_2^0 \dots M_m^0$$

Así resultan las n ecuaciones con m incógnitas

$$p_1 \cdot c_{11} + p_2 \cdot c_{12} + \cdots p_n \cdot c_{1m} = 0$$
$$p_1 \cdot c_{21} + p_2 \cdot c_{22} + \cdots p_n \cdot c_{2m} = 0$$
$$\dots\dots\dots$$
$$p_1 \cdot c_{n1} + p_2 \cdot c_{n2} + \cdots p_n \cdot c_{nm} = 0$$

en donde los números c_{ij} son números racionales conocidos, y las p_j son incógnitas.

5. En cada problema específico pueden darse varias situaciones:

El caso más sencillo es cuando $n = m$ y la característica del sistema es también n. Se trata de un sistema lineal homogéneo que se resuelve como se indica más abajo.

Si n es $n = m$ y la característica del sistema de ecuaciones es mayor que n y m, es que todo subdeterminante de los coeficientes c_{ij} es cero. El sistema no es resoluble. Significa que las variables escogidas no son compatibles con las magnitudes fundamentales que se les atribuyen, o sea que las ecuaciones propuestas en el numeral 3 no son válidas.

6. Si la característica del sistema de ecuaciones es menor o igual al menor de los números n y m, significa que hay un sub-determinante de los coeficientes del sistema que es distinto de cero. El sistema es resoluble.

7. Si la característica r del sistema es $r = m < n$ (hay más ecuaciones que incógnitas), este puede tener o puede no tener soluciones.

8. Si la característica r del sistema es $r = n \leq m$ (hay más incógnitas que ecuaciones o hay tantas de las unas como de las otras), el sistema es resoluble. Basta escoger una de las incógnitas (por ejemplo: p^*) y dividir todas las ecuaciones por p^*. Aparece un sistema no-homogéneo de n ecuaciones con $n - 1$ incógnitas de la forma $p_i/p* = \beta_i$, que se resuelve por el método conocido en Algebra Lineal.

El polinomio cero-dimensional Cd que se busca es

$$Cd = (x_1^{\beta 1}\ x_2^{\beta 2} \dots x_n^{\beta n})\ p^*$$

o sea, que la solución buscada es

$$\emptyset\ (x_1^{\beta 1}\ x_2^{\beta 2} \dots x_n^{\beta n}) = 0$$

Si se desea obtener una de las variables, explícitamente, digamos a x_1, se despeja así: De la ecuación anterior se obtiene:

$$x_1^{\beta 1}\ x_2^{\beta 2} \dots x_n^{\beta n} = \varepsilon$$

donde ε es una constante que es incógnita pero no arbitraria. La x_1 se obtiene como

$$x_1 = x_2^{-\beta 2/\beta 1}\ x_3^{-\beta 3/\beta 1} \dots x_n^{-\beta n/\beta 1} \cdot \varepsilon^{1/\beta 1}$$
$$= \eta\ (x_2^{p_2}\ x_3^{p_3} \dots x^{p_n})^{1/p_1}$$

Nota. Al formar el sistema no-homogéneo de n ecuaciones con n incógnitas, puede ocurrir que algunos de los exponentes de las variables x, al resolver el sistema, resulten expresados como combinación lineal de dos de ellos, es decir como $p_k = a_k p^* + b_k\, p^{**}$.

En tal caso resultará que el monomio cero-dimensional buscado es

$$Cd = x_1^{\beta_1(a_1 p^* + b_1 p^{**})}\ x_2^{\beta_2(a_2 p^* + b_2 p^{**})} \dots\ x_n^{\beta_n(a_n p^* + b_n p^{**})}$$

o sea

$$Cd = (x_1^{\beta_1 a_1}\ x_2^{\beta_2 a_2} \dots x_n^{\beta_n a_n})^{p^*} \cdot (x_1^{\beta_1 b_1}\ x_2^{\beta_2 b_2} \dots x_n^{\beta_n b_n})^{p^{**}}$$

lo que significa que los productos Π buscados son productos de potencias arbitrarias de los dos paréntesis cerodimencionales escritos encima:

$$\Pi_1 = x_1^{\beta_1 a_1} \dots\ x_n^{\beta_n a_n} \quad ; \ \Pi_2 = x_1^{\beta_1 b_1} \dots\ x_n^{\beta_n b_n}$$

Luego, la relación que se busca tiene la forma

$$\phi(\Pi_1, \Pi_2) = 0$$

$\Pi_1 = F(\Pi_2) \cdot \alpha$, donde α es una constante sin dimensiones. Luego:

$$x_1^{\beta_1 a_1} \dots\ x_n^{\beta_n a_n} = \alpha \cdot F\ (x_1^{\beta_1 b_1} \dots\ x_n^{\beta_n b_n})$$

Y si se quiere obtener explícitamente a x_1, resulta

$$x_1 = x_2^{-a_2 \beta_2/a_2 \beta_1} \dots x_n^{-a_n \beta_n/a_1 \beta_1}$$
$$\cdot \left\{F\left(x_1^{\beta_1 b_1} \dots x^{\beta_n b_n}\right)\right\}^{1/\beta_1 a_1} \cdot A$$

donde A es un número real o fraccionario, desconocido pero no arbitrario, que hay que buscar por métodos experimentales, numéricos o lógicos.

En las ecuaciones anteriores, los exponentes $u(i, j)$ son números racionales conocidos, y las incógnitas son: $p_1, p_2, \dots, p_n$.

Dependiendo de la naturaleza del problema, y del conocimiento empírico sobre el mismo, en las ecuaciones anteriores puede haber menos variables x_i que dimensiones-base, en cuyo caso hay menos incógnitas que ecuaciones y el sistema de ecuaciones lineales algebraicas es un sistema sobre-determinado. En este caso el análisis debe continuar para establecer que, aunque haya un número excesivo de ecuaciones, todas son mutuamente compatibles.

Si hay tantas incógnitas (n) como ecuaciones, y puesto que el sistema de ecuaciones es homogéneo, el determinante de los coeficientes de las incógnitas debe ser cero, como lo indica el Álgebra. En ese caso se procede así:

1. Caso de n ecuaciones y n incógnitas p_i:

a. Se prescinde de una de las ecuaciones, dejando $n - 1$ ecuaciones (cada una igualada a cero y cada una con n incógnitas).

b. Se divide cada una de las ecuaciones restantes por una misma de las incógnitas (p.e.: por p_1), dejando como nuevas incógnitas a los cocientes p_2/p_1 , p_3/p_1 , … , p_n/p_1, y quedando la columna que ocupaban las p_1 como una columna de constantes.

c. Se traslada esta columna de constantes al lado derecho del sistema, con lo que queda ahora un sistema no-homogéneas, cuyas incógnitas son ahora de la forma p_i/p_1.

d. Verificar que este sistema tenga característica igual a $n-1$.

e. Resolver este sistema para calcular los $n-1$ valores p_i/p_1.

f. Expresar a p_2 , … , p_n como múltiplos de p_1 y sustituirlos en cada variable p_i/p_1; formar los monomios cero-dimensionales que se pueden ya construir.

2. Caso de n ecuaciones y m incógnitas (siendo $m > n$):

a. Elegir n incógnitas p_i (p.e.: p_1, p_2 , … . p_n) como incógnitas como parámetros variables.

b. Formas el sistema de n ecuaciones con n incógnitas (las p_i) y dejando a la derecha los parámetros variables.

c. Resolver el sistema para calcular las n incógnitas p_i en función (combinación lineal) de los $m-n$ parámetros variables.

d. Formar los monomios cero-dimensionales que se buscaban.

3. Caso de n ecuaciones y m incógnitas (siendo $n > m$. Caso muy poco frecuente en la práctica de esta disciplina).

a. Prescindir de $m-n$ ecuaciones, con lo cual queda un sistema homogéneo de orden $n \times n$.

b. Verificar que la característica de este sistema es n (independencia y compatibilidad del sistema $n \times n$).

c. Sustituyendo cada ecuación excedente en una misma (o en varias) de las principales, verificar su independencia y compatibilidad con todas las demás.

4. Sustituir cada exponente p_i ya encontrado numéricamente, o como combinación lineal de parámetros variables, en los exponentes de cada variable intervienen en el problema; y reunir como monomios cero-dimensionales, los grupos de variables que hayan quedado elevadas a una misma potencia. Cada uno de estos grupos es un monomio cero-dimensional. De estos quedan $m-n-1$. Sean C_1, C_2, … , C_{m-n-1} dichos productos.

5. Formar el producto

$$\prod C_1^{e_1} \cdot \prod C_1^{e_2} \ldots \prod C_{m-n-1}^{e_{m-n-1}} \cdot$$

y escribir la función implícita que liga todas las variables originales:

$$\psi(C_1, C_2, \ldots, C_{m-n-1}) = 0$$

donde cada monomio cero-dimensional tiene la forma

$$C = x_1^{\mu_1} \cdot x_2^{\mu_2} \cdot x_h^{\mu_h}$$

6. Elegir el monomio C_j^* que contenga la variable (del problema) que se busca despejar. Supóngase que dicha variable sea x_j^*.

7. Usando el teorema de la función implícita, despejar a C_j^* como función explícita de los demás monomios C_j:

$$C_j^* = \emptyset(\mathrm{C}_1, \ldots, C_{m-n-1})$$

8. En la ecuación anterior, despejar a x_j^*:

$$\mathrm{x}_j^* = a\, x_h\ x_k, \ldots, x_p\ \emptyset\,(C_1, \ldots, C_{m-n-1})$$

donde a es una constante no arbitraria, cero dimensional, pero que hay que buscar por otros métodos o dejar indicada como tal.

Ejemplo. Los estudios preparativos del proyecto de una nueva industria han mostrado que la utilidad anual (R) de la empresa estará determinada por: el monto o costo de la inversión (A); la cuantía del mercado anual del producto que se fabricará en el proyecto (M); el plazo de depreciación de los activos (T); y el costo (o rentabilidad) del dinero (i).

Se trata de calcular la relación funcional que expresa la dependencia de R con las otras variables.

Solución. Las magnitudes fundamentales del problema son:

El dinero:	Δ
La cuantía física anual del producto del proyecto:	Φ
El transcurso del tiempo civil:	Ω

Y las dimensiones de las variables consideradas, son:

$$[A] = [R] = \Delta\, \Omega^{\alpha} \quad \Phi^{-\alpha}$$

$[R] = \Delta\, \Omega^{-1}$ (donde Costo de la planta $= k \times$ (Capacidad de producción)$^{\alpha}$

$[M] = \Phi\, \Omega^{-1}$ $\quad [T] = \Omega$

$[F] = \Delta\, \Omega^{-1}$ $\quad [i] = \Omega^{-1}$

Un producto cero-dimensional de estas variables será

$\prod R^{\lambda} \quad A^{\omega} M^{m} T^{n} F^{f} i^{k}$, y sus dimensiones son:

$$[\Pi] == (\Delta\Omega^{-1})^{\lambda} \ (\Delta\Omega^{\alpha}\Phi^{-\alpha})^{\omega} (\Phi\Omega^{-1})^{m} \ \Omega^{n} \ (\Delta\Omega^{-1})^{f} \ (\Omega^{-1})^{k} \ = \Omega^{0}\Delta^{0}\Phi^{0}$$

de donde:

Para Δ: $\lambda + \omega + f = 0$; para Ω: $-\lambda + a\omega - m + n - f - k = 0$ y para Φ: $\alpha\omega + m = 0$

Ecuaciones que forman el sistema

$$\lambda + \omega = -f$$

$$-\lambda + \alpha\omega - m = f + k - n$$

$$\alpha\omega - m = 0$$

y el sistema de sus coeficientes es

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & \alpha & -1 \\ 0 & \alpha & -1 \end{vmatrix} = (1 + \alpha)$$

y sus soluciones son

$$\lambda = \frac{(2\alpha + 1)f + k - n}{1 + \alpha}, \quad m = \frac{\alpha(k + n)}{1 + \alpha}, \quad \omega = \frac{k + m}{1 + \alpha}$$

De donde el producto P_i que se busca es

$$\prod = R^{-(2\alpha+1)/(1+\alpha)} F) \left[(R^{-1}AM^{\alpha})^{1/(1+\alpha)} \ i\right]^{k} \left[(RAM)^{1/(1+\alpha)}T\right]^{n}$$

o sea que el producto Π que se busca es el producto de potencias arbitrarias de los tres productos cero-dimensionales que aparecen en los paréntesis.

Dada su naturaleza y su significado, el número α es real y positivo, de modo que Π es el producto cero-dimensional

$$(R^{-(2\alpha+1)(f+k-n)} A^{k+n} M^{\alpha k+n})^{1/(1+\alpha)} (F^{f}T^{n})^{1/(1+\alpha)}$$

el cual es un producto de los dos monomios (cerodimensionales)

$$Cd_1 = R^{-(2\alpha+1)(f+k-n)} A^{k+n} M^{\alpha k+n}$$

$$Cd_2 = F^{f}T^{n}$$

Según el Teorema Pi, la solución buscada tiene la forma

$$\Phi(Cd_1, Cd_2) = 0$$

Y según el Teorema de la Función Implícita:

$$Cd_1 = k\, \varphi(Cd_2)$$

en donde k es una constante indeterminada pero no arbitraria, y φ es una función indeterminada de Cd_2 pero no arbitraria. O sea:

$$R^{-(2\alpha+1)(f+k-n)} A^{k+n} M^{\alpha k+n} = k \cdot \varphi\, (F^{f}T^{n})$$

$$R = c \cdot \left[A^{k+n} M^{\alpha k+n}\right]^{-1/(2\alpha+1)(f+k-n)} \cdot \varphi(F^{f}T^{n})$$

Si se exige una utilidad (R) que sea creciente o proporcional con el monto de la inversión, se necesita que $R/A \geq 1$. Y puesto que también es necesario que la utilidad anual sea creciente o proporcional con el tamaño del mercado (M), también se requiere que R/M sea $R/M \geq 1$. La microeconomía enseña que α es siempre $\alpha < 1$, luego $\alpha k + n < k + n$.

Por razón es microeconómicas la utilidad anual debe ser proporcionalmente mayor que el costo del dinero y de la depreciación, luego el producto FT debe ser menor que la rentabilidad.

REFERENCIAS

Nota previa. La mayoría de las ideas, definiciones y proposiciones fundamentales consignadas en este documento han sido producto de los estudios, las reflexiones y los escritos del autor sobre la Teoría del Conocimiento, el Análisis Dimensional y el Álgebra Abstracta. Por esta razón, la bibliografía que se ha consultado para escribir este documento no es muy abundante, aunque sí es muy sustancial.

Boorstin, D. (1998). The Seekers. New York. Random House. 298 p.

Chauvineaus, J. (1957). La logique moderne. Paris. Presses Universitaires de France. 126 p.

Cohen, M.; Ernest, N. (1968). Introducción a la Lógica y al método científico. Buenos Aires. Amorrortu Editores. 284 p.

Daval, S.; Bernard, G. (1964). Filosofía de las Ciencias Buenos Aires. Editorial El Ateneo. 496 p.

Ferrater Mora, J. (1979). De la materia a la razón. Madrid. Alianza Editorial. 217 p.

Geymonat, L. (S.F.) Filosofía y Filosofía de la ciencia. Barcelona. Editorial Labor S.A. 170 p.

Geymonat, L. (1985). Historia de la Filosofía y de la Ciencia. 3 vols. Barcelona. Editorial Crítica. Vol. 1, 312 p.

Hazlitt, H. (1969). El pensar como ciencia. Buenos Aires. Editorial Nova. 205 p.

Hessen, H. (1925). Teoría del conocimiento. Colonia y Bogotá. Gráficas Modernas. 157 p.

Langhaar, H.C. (1956). Analyse Dimensionelle et Théorie des Maquettes. (Traducción del inglés). Paris. Editorial Dunod. 230 p.

Popper, K R. (1961). The logic of scientific Discovery. New York. Science Editions, Inc. 477 p.

Poveda Ramos, G. (2008). Modelo matemático y dimensional para el planteamiento óptimo de industrias de procesos. Medellín. Instituto Tecnológico metropolitano. 143 p.

Russell, B. (1959). El conocimiento humano. Madrid. Editorial Tausus. 2 volúmenes. 310 y 354 pp.

Simmel, G. (1961). Problemas fundamentales de la Filosofía. México. Editorial UTEHA. 165 p.

Tarski, A. (1951). Introducción a la Lógica y a la Metodología de las ciencias deductivas. Buenos Aires. Espasa-Calpe Argentina S.A. 237 p.

PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO REFERENCE THIS ARTICLE / PARA CITAR ESTE ARTIGO /

Poveda Ramos, G. (2016). Análisis dimensional generalizado. *Revista EIA*, 13(25), enero-junio, pp. 13-27. [Online]. Disponible en: DOI: http:/dx.doi.org/10.14508/reia.2016.13.25.13-27